Wochenübungsblatt R6

6 - Gleichungen II

Aufgaben

1. Gib die Lösungsmenge an, ohne zu rechnen

   a) $x+1=6$ b) $x-12=45$ c) $4x=24$ d) $x:4=13$

   e) $x+1=-6$ f) $x-12=-54$ g) $4\cdot Seite=36cm$ h) $6\cdot Preis=30Euro$

   i) $B\cdot 4m=24m^2$ j) $b-1=b+1$ k) $a+a=20$ l) $b-b=0$

   m) $2a=40+40$ n) $0=1$ o) $a^2=16$ p) $c^2=0$

   q) $a+2,5=16$ r) $x\cdot 2,5=25$ s) $1=1$ t) $x+\frac{2}{3}=4\frac{1}{3}$

   u) $x\cdot\frac{2}{3}=40$ v) $x=x$ w) $x=-x$ x) $x=x+1$

2. Gib die Lösungsmenge an, ohne zu rechnen und berücksichtige die Grundmenge

   a) $x+10=5,5;\ \mathbb{G}=\mathbb{Q}^+$ b) $x+10=5,5;\ \mathbb{G}=\mathbb{Z}$ c) $x+10=15,5;\ \mathbb{G}=\mathbb{N}$

   d) $3x=9;\ \mathbb{G}=\{1;2;3;4;5\}$ e) $x^2=9;\ \mathbb{G}=\{1;2;3;4;5\}$ f) $x=-5;\ \mathbb{G}=\{1;2;3;4;5\}$

3. Löse durch Äquivalenzumformung. $\mathbb{G}=\mathbb{Q}^+$. Gib nur die Lösung x an

   a) $2x+10=16$ b) $3x-10=26$ c) $4x+1=17$ d) $5x-1=14$

   e) $4+2x=16$ f) $1+3x=28$ g) $2x+2=2$ h) $x-3=260$

   i) $2x+1,5=10$ j) $5,2x-1,6=14$ k) $2x+1,2=6,8$ l) $3,1x-0,6=2,6$

   m) $2=2x+1,2$ n) $0,2=3,2x-0,6$ o) $1,2-4,1x=1$ p) $5,5x-1,5=14,5$

   q) $\frac{1}{2}+2x=16$ r) $16=2x+10\frac{1}{4}$ s) $6=3\frac{1}{2}x+1,5$ t) $26=\frac{1}{2}x-10\frac{1}{2}$

4. Vereinfache zuerst und löse dann wie in Aufgabe 3

   a) $12x+2-4x-1=6$ b) $2-3x-10+5,5x=2$

   c) $4,2x+1,1-1,2x+18,3=80$ d) $50x-10-20x+30=140$

   e) $1+x-2+4x-x+2x=16$ f) $x+x+x+x+x+1+2+3+4+5=55$

Erklärung

In eine Gleichung (z.B. mit einer Unbekannten x) kann man Zahlen für x einsetzen. Was dann da steht, stimmt dann oder auch nicht. Z.B. kann man in die Gleichung $x+1=10$ die Zahlen 8 oder auch 9 einsetzen. Wenn man 8 einsetzt, steht $8+1=10$ da (was falsch ist!). Also ist 8 keine Lösung. Wenn man 9 einsetzt, steht $9+1=10$ da (was richtig ist!). Also ist 9 eine Lösung! Wenn man andere Zahlen einsetzt, kommt nichts richtiges mehr raus, also ist 9 die einzige Lösung. Also ist die Menge *aller* Lösungen, die Lösungsmenge $\mathbb{L}=\{9\}$.

Bei einfachen Gleichungen, kann man durch (scharfes) Hinsehen alle Lösungen bestimmen. Frage bei der ersten Aufgabe einfach: *was* +1 *ergibt* 6? ... Gibt es *keine* Lösungen, ist die Lösungsmenge leer. Man schreibt $\mathbb{L}=\{\}$. Sind *alle* Zahlen Lösungen (z.B. 1v), ist die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ die ganze Grundmenge $\mathbb{G}$. Die Grundmenge sagt Euch, welche Zahlen den Aufgabensteller als Lösung grundsätzlich interessieren. Das sind meist alle Zahlen, die Ihr kennt. Es können aber auch deutlich weniger sein. Ist bei einer Textaufgabe zum Beispiel die Anzahl der Schüler in einem Schulbus gesucht, dann wird die Grundmenge $\mathbb{N}$ sein, weil weder negative noch teilweise Schüler möglich sind. Liegen also Zahlen nicht in der Grundmenge, dann interessieren sie niemanden. Lasse also gefundene Lösungen einfach weg, wenn sie nicht in der Grundmenge liegen (Aufgabe 2). In 2c) z.B. interessieren nur natürliche Zahlen. Weil es keine *positive ganze Zahl* als Lösung gibt, ist die Lösungsmenge leer. Wäre in 2c) $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$, dann wäre auch $\mathbb{L} = \{5,5\}$. Ist eine Grundmenge nicht ausdrücklich angegeben, meint man immer: Es interessieren als Lösung *alle* Zahlen, die Ihr kennt (wie z.B. in Aufgabe 1). Hinweis zu 1o): Wenn Du schon mehr weißt, als in der 6. Klasse üblich ist, kannst Du auch noch eine zweite Lösung finden. Die *eine* Lösung in der Musterlösung bezieht sich auf den Kenntnisstand der 6. Klasse.

Äquivalenzumformungen zu erklären, bräuchte mehr Raum als hier. Ein Beispiel:

$$\begin{array}{rcll} 8x-17 & = & 39 & |+17 \quad \iff \\ 8x-17+17 & = & 39+17 & \quad\quad \iff \\ 8x & = & 56 & |:8 \quad \iff \\ 8x:8 & = & 56:8 & \quad\quad \iff \\ x & = & 7 & \end{array}$$

Lösungen

1. Gib die Lösungsmenge an, ohne zu rechnen

a) $\mathbb{L} = \{5\}$ b) $\mathbb{L} = \{57\}$ c) $\mathbb{L} = \{6\}$ d) $\mathbb{L} = \{52\}$
e) $\mathbb{L} = \{-7\}$ f) $\mathbb{L} = \{-42\}$ g) $\mathbb{L} = \{9cm\}$ h) $\mathbb{L} = \{5Euro\}$
i) $\mathbb{L} = \{6m\}$ j) $\mathbb{L} = \{\}$ k) $\mathbb{L} = \{10\}$ l) $\mathbb{L} = \mathbb{G}$
m) $\mathbb{L} = \{40\}$ n) $\mathbb{L} = \{\}$ o) $\mathbb{L} = \{4\}$ p) $\mathbb{L} = \{0\}$
q) $\mathbb{L} = \{13,5\}$ r) $\mathbb{L} = \{10\}$ s) $\mathbb{L} = \mathbb{G}$ t) $\mathbb{L} = \{3\frac{2}{3}\}$
u) $\mathbb{L} = \{60\}$ v) $\mathbb{L} = \mathbb{G}$ w) $\mathbb{L} = \{0\}$ x) $\mathbb{L} = \{\}$

2. Gib die Lösungsmenge an, ohne zu rechnen und berücksichtige die Grundmenge

a) $\mathbb{L} = \{\}$ b) $\mathbb{L} = \{\}$ c) $\mathbb{L} = \{\}$ d) $\mathbb{L} = \{3\}$ e) $\mathbb{L} = \{3\}$ f) $\mathbb{L} = \{\}$

3. Löse durch Äquivalenzumformung. $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$. Gib nur die Lösung x an

a) $x = 3$ b) $x = 12$ c) $x = 4$ d) $x = 3$ e) $x = 6$
f) $x = 9$ g) $x = 0$ h) $x = 263$ i) $x = 4,25$ j) $x = 3$
k) $x = 2,8$ l) $x = \frac{32}{31}$ m) $x = 0,4$ n) $x = \frac{1}{4}$ o) $x = \frac{2}{41}$
p) $x = 2\frac{10}{11}$ q) $x = 7,75$ r) $x = 2,875$ s) $x = \frac{9}{7}$ t) $x = 73$

4. Vereinfache zuerst und löse dann wie in Aufgabe 3

a) $\iff 8x+1=6 \iff x=\frac{5}{8}$ b) $\iff -8+2,5x=2 \iff x=4$
c) $\iff 19,4+3x=80 \iff x=20,2$ d) $\iff 30x+20=140 \iff x=4$
e) $\iff 6x-1=16 \iff x=\frac{17}{6}$ f) $\iff 5x+15=55 \iff x=8$