

1.0 Aufgabe:

Für welchen Wert von x nehmen die quadratischen Terme einen Extremwert an? Berechne die Extremwerte und bestimme, ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt.

a) $T_1(x) = x^2 - 1$

$$T_{\min} = -1 \text{ für } x = 0$$

b) $T_2(x) = -x^2 + 8x - 16$

$$= -(x^2 - 8x + 16)$$

$$= -(x - 4)^2$$

$$T_{\max} = 0 \text{ für } x = 4$$

c) $T_3(x) = x^2 - 2x + 7$

$$= (x - 1)^2 + 6$$

$$T_{\min} = 6 \text{ für } x = 1$$

d) $T_4(x) = -3x^2 - 6x + 5$

$$= -3\left(x^2 + 2x - \frac{5}{3}\right)$$

$$= -3\left[\left(x + 1\right)^2 - \frac{8}{3}\right]$$

$$= -3(x + 1)^2 + 8$$

$$T_{\max} = 8 \text{ für } x = -1$$

e) $T_5(x) = -3x(4 + x) + x(3 - 2x) - 7$

$$= -12x - 3x^2 + 3x - 2x^2 - 7$$

$$= -5x^2 - 9x - 7$$

$$= -5\left(x^2 + \frac{9}{5}x + \frac{7}{5}\right)$$

$$= -5\left[\left(x + \frac{9}{10}\right)^2 + \frac{59}{100}\right]$$

$$= -5\left(x + \frac{9}{10}\right)^2 - 2\frac{19}{20}$$

$$T_{\max} = -2\frac{19}{20} \text{ für } x = -\frac{9}{10}$$

f) $T_6(x) = (x + 6)(-x - 5)$

$$= -x^2 - 11x - 30$$

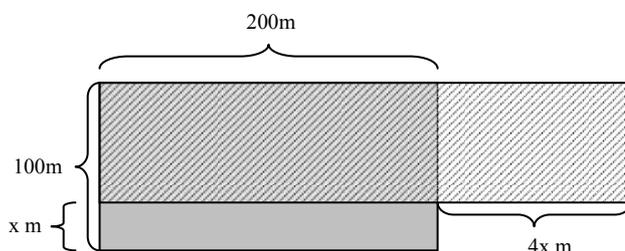
$$= -(x^2 + 11x + 30)$$

$$= -(x + 5,5)^2 + 0,25$$

$$T_{\max} = 0,25 \text{ für } x = -5,5$$

2.0 Aufgabe:

Bei der Flurbereinigung der Gemeinde Burgharting muss das 200 m lange und 100 m breite Wiesengrundstück des Landwirts Mooser schmaler gemacht werden. Um Herrn Mooser die Zustimmung zu erleichtern, macht ihm die Flurbereinigung den Vorschlag, dass er zum Ausgleich seine Wiese um das Vierfache von dem verlängern kann, was er an Breite verliert. (Hinweis: d. h. die Breite des Wiesengrundstücks wird um x m kleiner und gleichzeitig die Länge um $4x$ m größer)

**2.1** Bestimme den Definitionsbereich \mathbb{D} von x !

$$\mathbb{D}(x) = \{x \mid 0 < x < 100\}$$

2.2 Berechne den Flächeninhalt des Wiesengrundstücks $A(x)$ in Abhängigkeit von x !

$$\begin{aligned} A(x) &= (100 - x)(200 + 4x) \text{ m}^2 \\ &= (20000 + 400x - 200x - 4x^2) \text{ m}^2 \\ &= (-4x^2 + 200x + 20000) \text{ m}^2 \end{aligned}$$

2.3 Für welchen Wert von x wird der Flächeninhalt maximal und wie groß ist die maximale Fläche?

$$\begin{aligned} A(x) &= (-4x^2 + 200x + 20000) \text{ m}^2 \\ &= -4(x^2 - 50x - 5000) \text{ m}^2 \\ &= -4[(x - 25)^2 - 5625] \text{ m}^2 \\ &= [-4(x - 25)^2 + 22500] \text{ m}^2 \\ A_{\max} &= 22500 \text{ m}^2 \text{ für } x = 25 \end{aligned}$$

2.4 Wie viel Prozent ist der Flächengewinn von Herrn Mooser, wenn er den Vorschlag der Flurbereinigung annimmt ?

Absoluter Flächengewinn = maximale Fläche – ursprüngliche Fläche

$$A_{\text{neu}} = 22500 \text{ m}^2 - 20000 \text{ m}^2 = 2500 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} 20000 \text{ m}^2 &\triangleq 100\% \\ 2500 \text{ m}^2 &\triangleq x\% \end{aligned}$$

$$x = \frac{100 \cdot 2500}{20000} \quad x = 12,5\% \quad \text{Der Flächengewinn beträgt für Herrn Mooser } 12,5\%.$$

3.0 Aufgabe (Text-Term-Tabelle)

In der Klasse 8a sind 56% aller Schüler Mädchen. Der Unterschied zwischen der Anzahl der Mädchen und der Anzahl der Jungen beträgt 3.

- Wie viele Schüler sind in der Klasse 8a?
- Wie davon sind Jungen?



Text-Term-Tabelle

Anzahl der Schüler	x
Anzahl der Mädchen	$\frac{x}{100} \cdot 56$
Anzahl der Jungen	$\frac{x}{100} \cdot 56 - 3$
Anzahl Jungen und Mädchen	$\frac{x}{100} \cdot 56 + \frac{x}{100} \cdot 56 - 3$

$$\underbrace{\frac{x}{100} \cdot 56}_{\text{Mädchen}} + \underbrace{\frac{x}{100} \cdot 56 - 3}_{\text{Jungen}} = \underbrace{x}_{\text{Anzahl der Schüler}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{56x + 56x - 300}{100} = x$$

$$\Leftrightarrow 56x + 56x - 300 = 100x$$

$$\Leftrightarrow 12x = 300$$

$$\Leftrightarrow x = 25$$

A: In der Klasse sind 25 Schüler, davon sind 11 Jungen.

4.0 Aufgabe (Text-Term-Tabelle)

Herr Kobler möchte im Urlaub ein Auto mieten. Er prüft zwei Angebote:

Firma Moon: 50,00 € Grundgebühr plus 0,50€ für jeden gefahrenen Kilometer.

Firma Sun: 80,00€ Grundgebühr plus 0,35€ für jeden gefahrenen Kilometer.

Berechne, wie viel Kilometer Herr Kobler mindestens fahren muss, damit das Angebot der Firma Sun günstiger als das der Firma Moon wird.

Text-Term-Tabelle

Gefahrene Kilometer	x
Preis für die gefahrenen Kilometer bei Fa. Moon incl. Grundgebühr	$50 + 0,50x$
Preis für die gefahrenen Kilometer bei Fa. Sun Incl. Grundgebühr	$80 + 0,35x$

$$50 + 0,50x \leq 80 + 0,35x$$

$$\Leftrightarrow 0,15x \leq 30$$

$$\Leftrightarrow x \leq 200$$

A: Herr Kobler muss mindestens 200 km fahren.

5.0 Aufgabe (Text-Term-Tabelle)

Wenn du zum 3-fachen einer gedachten Zahl 24 addierst und die Summe durch 6 dividierst, so erhältst du eine Zahl, die um 1 größer ist als die gedachte Zahl. Von welcher Zahl gehst du aus?

Text-Term-Tabelle

Gedachte Zahl	x
3-fache der gedachten Zahl	3x
Addieren von 24	3x + 24
Summe durch 6 dividieren	$\frac{3x + 24}{6}$
Ergebniszahl	x + 1

$$\frac{3x + 24}{6} = x + 1 \quad | \cdot 6$$

$$3x + 24 = 6(x + 1)$$

$$3x + 24 = 6x + 6 \quad | - 3x; - 6;$$

$$18 = 3x \quad | : 3$$

$$x = 6$$

A: Die gedachte Zahl ist 6.