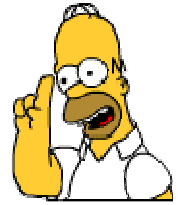


A Grundwissen (Beispiele)

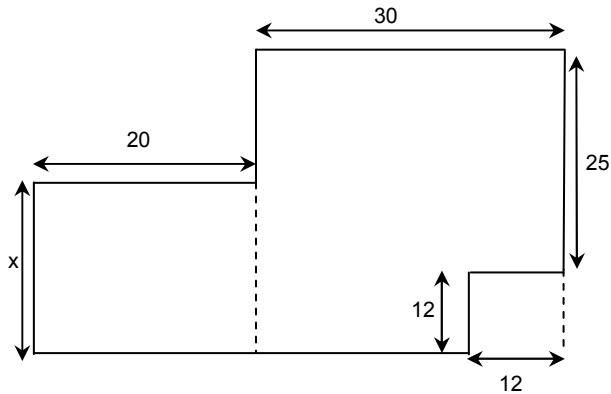
a) $(63 - 5 - 2) \cdot 3 - 11 \cdot 8$
b) $60 : 4 + (9 + 15) : 3$

c) $10 \cdot 7 + (17 + 169 : 13) \cdot 2$
d) $-12^2 - (4 - 4^2 \cdot 3) : 4$

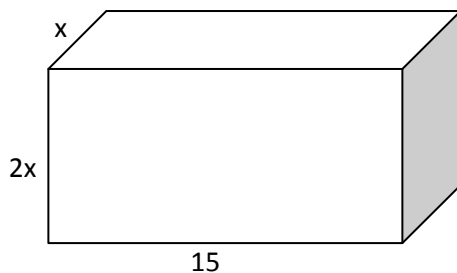


B Äquivalenzumformungen und Äquivalenz von Termen

1. Welche der Terme sind äquivalent? (siehe Buch, S.86, 3)
2. Erstelle einen Term, der den Flächeninhalt beschreibt (Alle Maße in cm).



3. Erstelle einen Term, der die Oberfläche beschreibt (Alle Maße in cm).



4. Vereinfache die Terme durch zusammenfassen

a) $T(a,b) = a^2 + a + ab + a + ab$ b) $T(x,y) = 4xy - 3x + 7xy - xy + 8x$
c) $T(a,b,c) = 27ab - 12a^2 + 13bc - a^2 - 12cb + ba$

5. Berechne den Wert der Terme für $x \in \{-2,5; -1, 0; 0,5; 1; 2\}$

$T_1(x) = x^2 - 2x$ $T_2(x) = x(x - 1)$ $T_3(x) = (x - 1)^2 - 1$

6. Löse die folgenden Gleichungen durch Äquivalenzumformungen (s. Buch S.87 / 2, 3)

7. Löse schrittweise die Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen und gib die Lösung in Mengenschreibweise und graphisch an (s. Buch S.91/ 4)

C Direkte und indirekte Proportionalität

1. Für 2,40 € bekommt man 3 kg Äpfel

a) erstelle für $x \in \{0; 5; 10; \dots 25\}$ eine Wertetabelle (Äpfel: x kg Preis: y €)
b) berechne den Äpfel-Preis für 7kg; 12kg; 22 kg

2. Folgende Tabelle beschreibt eine direkte Proportionalität. Ergänze die fehlenden Werte

x		8	6		64	
y	5		15	30		89

3. Um eine Umweltverschmutzung zu vermeiden, muss ein leckgeschlagener Öltanker leer gepumpt werden. Die Arbeit wird mit drei Pumpen in 48 Stunden geplant. Wegen eines drohenden Sturms werden zwei Pumpen mehr eingesetzt. Wie lange dauert die Arbeit nun?

4. Folgende Tabelle beschreibt eine indirekte Proportionalität. Ergänze die fehlenden Werte

x		9	6		45	
y	3		15	12		0,5

D Prozente und Zinsen

1. Ein Handwerker kauft Werkzeuge für 2300 € ein. Er erhält einen Rabatt von 6% und, da er bar zahlt, noch 2% Skonto. Welchen Preis muss er zahlen?

2. **2.0** Im Winterschlussverkauf gibt es tolle Angebote zu reduzierten Preisen:
Ski mit 20% Nachlass für 299 €.
Schlittschuhe mit 25% Nachlass für 89 €.
Schlitten mit 30% Nachlass für 44 €.

2.1 Was haben die einzelnen Artikel vor der Ermäßigung gekostet?

2.2 Wie viel verdient der Händler weniger, wenn er 12 Paar Ski, 9 Paar Schlittschuhe und 3 Schlitten verkauft?

2.3 Ronald handelt für 2 Paar Ski und einen Schlitten nochmals 5% Nachlass heraus. Was muss er bezahlen?

3. Vgl. Aufgaben im Buch S. 114/ 9 bis 14

E Kreisumfang

1. Vgl. Aufgaben im Buch S. 117/ 7, 8

2. Ein Abflussrohr hat einen Außendurchmesser von 10cm. Wie viele Umwicklungen kann man höchstens erhalten, wenn man ein Isolierband von 1 m Länge hat?

Lösung:

A Grundwissen (Beispiele)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (63 - 5 - 2) \cdot 3 - 11 \cdot 8 \\ & = 56 \cdot 3 - 88 \\ & = 168 - 88 \\ & = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 60 : 4 + (9 + 15) : 3 \\ & = 15 + 24 : 3 \\ & = 15 + 8 \\ & = 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 10 \cdot 7 + (17 + 169 : 13) \cdot 2 \\ & = 70 + (17 + 13) \cdot 2 \\ & = 70 + 30 \cdot 2 \\ & = 130 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & -12^2 - (4 - 4^2 \cdot 3) : 4 \\ & = -144 - (4 - 16 \cdot 3) : 4 \\ & = -144 - (-48) : 4 \\ & = -144 - 12 \\ & = -156 \end{aligned}$$

B Äquivalenzumformungen

1. Welche der Terme sind äquivalent? (siehe Buch, S.86, 3)

Fasse zunächst jeden Term so weit wie möglich zusammen. Dann vergleiche.

$$\begin{aligned} \text{3. a)} \quad & T_1(x) = 5 + (1 + 4 \cdot x) \\ & T_1(x) = 6 + 4 \cdot x \\ & \text{(Assoziativgesetz)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2(x) &= 5 \cdot x + 4 + 1 \\ T_2(x) &= 5 \cdot x + 5 \end{aligned}$$

$$T_3(x) = 6 + 4 \cdot x$$

$$T_1(x) = T_3(x)$$

$$\text{b)} \quad T_1(x) = 2 \cdot x + 11$$

$$T_2(x) = 11 \cdot x + 2$$

$$T_3(x) = 2 \cdot (5 + x) + 1$$

$$T_3(x) = 10 + 2 \cdot x + 1$$

$$T_3(x) = 11 + 2 \cdot x$$

(Distributivgesetz/
Kommutativgesetz)

$$T_1(x) = T_3(x)$$

$$\text{c)} \quad T_1(y) = -8 + 8 \cdot y$$

$$T_2(y) = y$$

$$T_3(y) = 8 \cdot (-1 + y)$$

$$T_3(y) = -8 + 8 \cdot y$$

(Distributivgesetz)

$$T_1(y) = T_3(y)$$

$$\text{d)} \quad T_1(x) = \frac{5}{8} \cdot x + \frac{6}{16} \cdot x$$

$$T_1(x) = \left(\frac{5}{8} + \frac{6}{16}\right) \cdot x$$

$$T_1(x) = x$$

(Distributivgesetz)

$$T_2(x) = \frac{4}{8} \cdot x + \frac{8}{16} \cdot x$$

$$T_2(x) = \left(\frac{4}{8} + \frac{8}{16}\right) \cdot x$$

$$T_2(x) = x$$

(Distributivgesetz)

$$T_1(x) = T_2(x) = T_3(x)$$

$$T_3(x) = x$$

$$\text{e)} \quad T_1(y) = -3 \cdot y^2$$

$$T_2(y) = (-3 \cdot y)^2$$

$$T_2(y) = 9 \cdot y^2$$

(Potenzgesetz)

$$T_2(y) = T_3(y)$$

$$T_3(y) = 9 \cdot y^2$$

$$\text{f)} \quad T_1(x) = x \cdot (-x^2)$$

$$T_1(x) = -x^3$$

$$T_2(x) = x \cdot (-x)^2$$

$$T_2(x) = x \cdot x^2$$

$$T_2(x) = x^3$$

(Potenzgesetz)

$$T_2(x) = T_3(x)$$

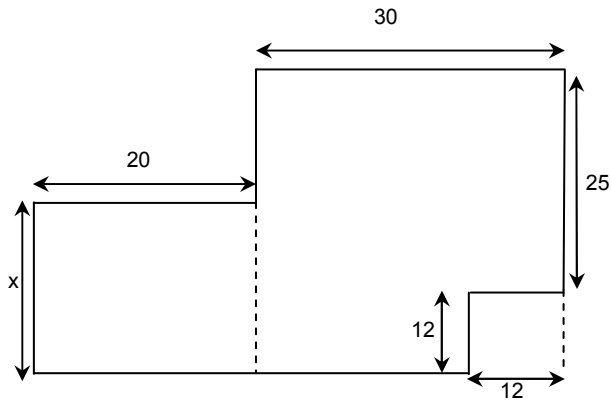
$$T_3(x) = 0,5 \cdot x \cdot 2 \cdot x^2$$

$$T_3(x) = 0,5 \cdot 2 \cdot x \cdot x^2$$

$$T_3(x) = x^3$$

(Kommutativgesetz/
Potenzgesetz)

2. Erstelle einen Term, der den Flächeninhalt beschreibt (Alle Maße in cm).

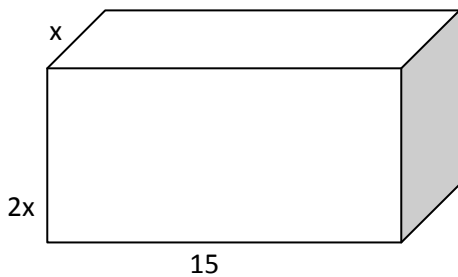


$$A(x) = (x \cdot 20) \text{ cm}^2 + (30 \cdot 37) \text{ cm}^2 - (12 \cdot 12) \text{ cm}^2$$

$$A(x) = (20x + 1110 - 144) \text{ cm}^2$$

$$\underline{A(x) = (20x + 966) \text{ cm}^2}$$

3. Erstelle einen Term, der die Oberfläche beschreibt (Alle Maße in cm).



$$O(x) = [(2 \cdot 15x) + (2 \cdot 2x \cdot 15) + (2 \cdot 2x \cdot x)] \text{ cm}^2$$

$$O(x) = [30x + 60x + 4x^2] \text{ cm}^2$$

$$\underline{O(x) = [4x^2 + 90x] \text{ cm}^2}$$

4. Vereinfache die Terme durch zusammenfassen

$$\text{a) } T(a,b) = a^2 + a + ab + a + ab = a^2 + a + a + ab + ab = a^2 + 2a + 2ab$$

$$\text{b) } T(x,y) = 4xy - 3x + 7xy - xy + 8x = 4xy + 7xy - xy - 3x + 8x = 10xy + 5x$$

$$\text{c) } T(a,b,c) = 27ab - 12a^2 + 13bc - a^2 - 12bc + ab = 27ab + ab - 12a^2 - a^2 + 13bc - 12bc = 28ab - 13a^2 + bc$$

5. Berechne den Wert der Terme für $x \in \{-2,5; -1; 0; 0,5; 1; 2\}$

Setze für das x jeweils den entsprechenden Wert der Grundmenge ein und rechne.

$$T_1(x) = x^2 - 2x$$

$$T_2(x) = x(x - 1)$$

$$T_3(x) = (x - 1)^2 - 1$$

x	$T_1(x)$	$T_2(x)$	$T_3(x)$
0	0	0	0
-1	3	2	3
1	-1	0	-1
2	0	2	0
0,5	-0,75	-0,25	-0,75
-2,5	11,25	8,75	11,25

6. Löse die folgenden Gleichungen durch Äquivalenzumformungen (s. Buch S.87 / 2, 3)
 Im Kasten B von Aufgabe 2 siehst du, wie du beim Lösen der Gleichung vorgehen musst!

2a) $3x + 8 + 6x - 3 = 32$
 $9x + 5 = 32 \quad | -5$
 $9x = 27 \quad | :9$
 $x = 3 \quad \mathbb{L} = \{3\}$

b) $9x + 3 - 3x + 9 = 0$
 $6x + 12 = 0 \quad | -12$
 $6x = -12 \quad | :6$
 $x = -2 \quad \mathbb{L} = \{-2\}$

c) $4x + 1 - 11 - 9x = 0$
 $-5x - 10 = 0 \quad | +10$
 $-5x = 10 \quad | :(-5)$
 $x = -2 \quad \mathbb{L} = \{-2\}$

d) $5x - 2 + 3x + 11 = 65$
 $8x + 9 = 65 \quad | -9$
 $8x = 56 \quad | :8$
 $x = 7 \quad \mathbb{L} = \{7\}$

e) $1 - 8x - 2 + 2x = 5$
 $-6x - 1 = 5$
 $x = -1 \quad \mathbb{L} = \{-1\}$

f) $x + 9 + 2x - 10 = 14$
 $3x - 1 = 14$
 $x = 5 \quad \mathbb{L} = \{5\}$

g) $2,5x + 1,5x - 1 + 5,5 = 32,5$
 $4x + 4,5 = 32,5$
 $x = 7 \quad \mathbb{L} = \{7\}$

h) $4x + 2 - 4 - 16x = 10$
 $-12x - 2 = 10$
 $x = -1 \quad \mathbb{L} = \{-1\}$

i) $3x + 27 + 6x - 30 = 42$
 $9x - 3 = 42$
 $x = 5 \quad \mathbb{L} = \{5\}$

3. a) $8x - 17 + 31 + 9x - 69 - 18 = -39$
 $17x - 73 = -39 \quad | +73$
 $17x = 34 \quad | :8$
 $x = 2$
 $\mathbb{L} = \{2\}$

b) $13x - 87 - 7x - 11x = 16 - 178$
 $-5x - 87 = -162 \quad | +87$
 $-5x = -75 \quad | :(-5)$
 $x = 15 \quad \mathbb{L} = \{15\}$

c) $-33 + 55x - 77 - 22x + 44 = 32 \times (-11)$
 $33x - 66 = -99 \quad | +66$
 $33x = -33 \quad | :33$
 $x = -1 \quad \mathbb{L} = \{-1\}$

d) $-x - 31x + 85 + 21x - 21 - 3x = 134$
 $-14x + 64 = 134 \quad | -64$
 $-14x = 70 \quad | :(-14)$
 $x = -5 \quad \mathbb{L} = \{-5\}$

e) $3,6x - 12,8 - 7,5x + 11,4x + 26,8 = -1$
 $7,5x + 14 = -1 \quad | -14$
 $7,5x = -15 \quad | :7,5$
 $x = -2 \quad \mathbb{L} = \{-2\}$

f) $-1,5 + 9,5x + 15 - 11,2x - 13,8 = -17,3$
 $-1,7x - 0,3 = -17,3 \quad | +0,3$
 $-1,7x = -17 \quad | :(-1,7)$
 $x = 10 \quad \mathbb{L} = \{10\}$

g) $-25,4x + 8,1 - 34,5 + 16,3x = -100 + 28,1$
 $-9,1x - 26,4 = -71,9 \quad | +26,4$
 $-9,1x = -45,5 \quad | :(-9,1)$
 $x = 5 \quad \mathbb{L} = \{5\}$

h) $-5x + 61,4 - 32 - 14,6x = 2 \cdot 0,98$
 $-19,6x + 29,4 = 1,96 \quad | -29,4$
 $-19,6x = -27,44 \quad | :(-19,6)$
 $x = 1,4 \quad \mathbb{L} = \{1,4\}$

7. Löse schrittweise die Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen

Lösung in Mengenschreibweise und graphisch an (s. Buch S.91/ 4)

Schau dir das Vorgehen im grünen Kasten im Buch gut an!

4. a) $-3x + 4 + 2x > 16$
 $-x + 4 > 16 \quad | -4$
 $-x > 12 \quad | :(-1)$
 $x < -12$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x < -12\}$

b) $7x - 4 + 2x > 14$
 $9x - 4 > 14 \quad | +4$
 $9x > 18 \quad | :9$
 $x > 2$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x > 2\}$

c) $-7x - 6 - 5x \leq -2$
 $-12x - 6 \leq -2 \quad | +6$
 $-12x \leq 4 \quad | :(-12)$
 $x \geq -\frac{1}{3}$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x \geq -\frac{1}{3}\}$

d) $2x - 2 + 4x < 6$
 $6x - 2 < 6 \quad | +2$
 $6x < 8 \quad | :6$
 $x < \frac{4}{3}$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x < 1 \frac{1}{3}\}$

e) $3x + 5 - x < 0$
 $2x + 5 < 0 \quad | -5$
 $2x < -5 \quad | :2$
 $x < -2,5$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x < -2,5\}$

f) $x + 3 + 12x \leq 16$
 $3 + 13x \leq 16 \quad | -3$
 $13x \leq 13 \quad | :13$
 $x \leq 1$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x \leq 1\}$

g) $-5x - 8 - 3x > 0$
 $-8x - 8 > 0 \quad | +8$
 $-8x > 8 \quad | :(-8)$
 $x < -1$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x < -1\}$

h) $-0,5x - 0,8 - 0,3x > 0$
 $-0,8x - 0,8 > 0 \quad | +0,8$
 $-0,8x > 0,8 \quad | :(-0,8)$
 $x < -1$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x > -1\}$

i) $-5x - 5 - x \geq 1$
 $-6x - 5 \geq 1 \quad | +5$
 $-6x \geq 6 \quad | :(-6)$
 $x \leq -1$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x \leq -1\}$

k) $-x + x < 1,875$
 $0 < 1,875 \quad (w)$
 $\mathbb{L} = \mathbb{Q}$

l) $-\frac{5}{8} + x \geq 1,875 \quad | +\frac{5}{8}$
 $x \geq 2,5$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x \geq 2,5\}$

m) $-\frac{5}{8}x - x < -1,625$
 $-1\frac{5}{8}x < -1,625 \quad | :(-1\frac{5}{8})$
 $x > 1$
 $\mathbb{L} = \{x \mid x > 1\}$

C Direkte und indirekte Proportionalität

1. Für 2,40 € bekommt man 3 kg Äpfel

a) erstelle für $x \in \{0; 5; 10; \dots 25\}$ eine Wertetabelle (Äpfel: x kg Preis: y €)

$$3\text{kg} \triangleq 2,40 \text{ €} \quad x = 2,40 : 3 = 0,80\text{€}$$

$$1\text{kg} \triangleq x \text{ €}$$

x	0	5	10	15	20	25
y	0 €	4 €	8 €	12 €	16 €	20 €

b) berechne den Äpfel-Preis für 7kg; 12kg; 22 kg

$$7 \cdot 0,80\text{€} = 5,60 \text{ €}; \quad 12 \cdot 0,80\text{€} = 9,60 \text{ €} \quad 22 \cdot 0,80\text{€} = 17,60\text{€}$$

2. Folgende Tabelle beschreibt eine direkte Proportionalität. Ergänze die fehlenden Werte
 Quotientengleichheit: z.B. $15 : 6 = 2,5$; Berechne die x mit $y : 25$ und die y mit $x \cdot 2,5$

x	2	8	6	12	64	35,6
y	5	20	15	30	160	89

3. Um eine Umweltverschmutzung zu vermeiden, muss ein leckgeschlagener Öltanker leer gepumpt werden. Die Arbeit wird mit drei Pumpen in 48 Stunden geplant. Wegen eines drohenden Sturms werden zwei Pumpen mehr eingesetzt. Wie lange dauert die Arbeit nun?

Es handelt sich hier um eine indirekte Proportionalität ("je mehr Pumpen, desto weniger Zeit"). Zahlenpaare einer indirekten Proportionalität sind produktgleich.

3 Pumpen \triangleq 48 Stunden
 : 3
 1 Pumpe \triangleq 144 Stunden
 · 5
 5 Pumpen \triangleq 28,8 Stunden : 5 Die Arbeit dauert mit 5 Pumpen 28,8 Stunden.

4. Folgende Tabelle beschreibt eine indirekte Proportionalität. Ergänze die fehlenden Werte
 Produktgleichheit: z.B. $15 \cdot 6 = 90$; Berechne die x mit $90 : y$ und die y mit $90 : x$

x	30	9	6	7,5	45	180
y	3	10	15	12	2	0,5

D Prozente und Zinsen

1. Ein Handwerker kauft Werkzeuge für 2300 € ein. Er erhält einen Rabatt von 6% und, da er bar zahlt, noch 2% Skonto. Welchen Preis muss er zahlen?

Bruttopreis:	2300,00 €	Rabatt:	
6% Rabatt:	<u>-138,00 €</u>	$W = \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{2300 \text{ €} \cdot 6\%}{100\%} = 138 \text{ €}$	
	2162,00 €	Skonto:	
2% Skonto:	<u>-43,24 €</u>	$W = \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{2162 \text{ €} \cdot 2\%}{100\%} = 43,24 \text{ €}$	
Rechnungsbetrag:	<u>2118,76 €</u>		

Der Handwerker muss **2118,76 €** zahlen.

(Beachte dabei, dass die 2% Skonto vom verminderten Grundpreis 2162,00 € und nicht vom Grundpreis 2300,00€ berechnet werden!)

2.1 Ski: $x \text{ €} \triangleq 100\%$ $x = \frac{299 \cdot 100}{80}$ **x = 373,75 €**

$299 \text{ €} \triangleq 80\%$

Schlittschuhe: $x \text{ €} \triangleq 100\%$ $x = \frac{89 \cdot 100}{75}$ **x = 118,67 €**

$89 \text{ €} \triangleq 75\%$

Schlitten: $x \text{ €} \triangleq 100\%$ $x = \frac{44 \cdot 100}{70}$ **x = 62,86 €**

$44 \text{ €} \triangleq 70\%$

2.2 Ski: $12 \cdot 373,75 \text{ €} = 4485,00 \text{ €}$ $12 \cdot 299,00 \text{ €} = 3588,00 \text{ €}$

Differenz: $4485,00 \text{ €} - 3588,00 \text{ €} = \mathbf{897,00 \text{ €}}$

Schlittschuhe: $9 \cdot 118,67,75 \text{ €} = 1068,03 \text{ €}$ $9 \cdot 89,00 \text{ €} = 801,00 \text{ €}$

Differenz: $1068,03 \text{ €} - 801,00 \text{ €} = \mathbf{267,03 \text{ €}}$

Schlitten: $3 \cdot 62,86 \text{ €} = 188,58 \text{ €}$ $3 \cdot 44,00 \text{ €} = 132,00 \text{ €}$

Differenz: $188,58 \text{ €} - 132,00 \text{ €} = \mathbf{56,58 \text{ €}}$

Der Händler verdient **$897,00 \text{ €} + 267,03 \text{ €} + 56,58 \text{ €} = 1220,61$ weniger**

2.3 2 Paar Ski und ein Schlitten: $642,00 \text{ €}$

$642,00 \text{ €} \triangleq 100\%$ $x = \frac{642 \cdot 95}{100}$ **x = 609,9**

$x \text{ €} \triangleq 95\%$

Ronald muss nur noch $609,90 \text{ €}$ bezahlen.